Вопросы на коллоквиум 2 семестр 2015/2016 гг.

1. Определение векторного пространства. Примеры. Следствия.
2. Векторные подпространства. Примеры.
3. Линейная зависимость векторов. Эквивалентные системы векторов.
4. Базис и ранг системы векторов. Теорема о количестве векторов в базисе.
5. Базис и размерность векторных пространств. Теорема о базисе n-мерного векторного пространства.
6. Сумма и пересечение векторных подпространств.
7. **Прямая сумма векторных подпространств**.
8. Координаты вектора. Свойства.
9. **Ранг матрицы. Теорема о ранге матрицы. Следствия.**
10. Элементарные преобразования матрицы и ее ранг.
11. **Преобразование координат. Матрица перехода от одного базиса к другому.**
12. **Критерий совместности системы линейных уравнений. Нахождение решения неоднородных систем.**
13. **Системы однородных линейных уравнений. Базис подпространства решений.**
14. Подпространства арифметического пространства и однородные системы линейных уравнений. Связь между решениями однородной и неоднородной систем уравнений.
15. Определение и простейшие свойства линейного отображения.
16. **Изоморфизм векторных пространств**.
17. Линейные преобразования векторных пространств. Определения. Примеры.
18. Матрица линейного преобразования. Формула преобразования координат вектора.
19. Действия над линейными преобразованиями.
20. Матрица линейного преобразования при переходе к новому базису.
21. Подобные матрицы. Свойства подобных матриц.
22. **Ранг, ядро и дефект линейного преобразования.**
23. Теорема о ранге произведения двух линейных преобразований. Следствие.
24. Инвариантные подпространства. Определение. Примеры. Инвариантные подпространства относительно заданного линейного преобразования f. Сумма и пересечение инвариантных подпространств.
25. Инвариантные подпространства и матрица линейного преобразования.
26. Одномерные инвариантные подпространства.
27. **Собственные значения, собственные векторы. Свойства собственных векторов.**
28. **Характеристический многочлен. Свойства характеристического многочлена.**
29. **Подпространства собственных векторов. Линейный оператор простой структуры.**
30. Присоединенные векторы. Теоремы о собственных и присоединенных векторах. Жорданов базис.

**Прыклады задачаў:**

1) Дана матрица, содержащая . Найти ее ранг в зависимости от значений этого параметра.

2) Даны две линейные оболочки L1 и L2

* Найти базис и размерность их объединения
* Найти размерность их пересечения

3) Доказать, что (x^3+x^2+x+1, x^2+x+1, x+1, 1) образует базис для R3[x]. Выразить через него многочлен 7x^3+2x^2-15x+10.

**Білеты з трэцяга калёквіума за 2017/18**

1. Собственные вектора и их свойства; характеристический многочлен и его свойства
2. Преобразование координат. Матрица перехода от одного базиса к другому
3. Задача: найти ранг матрицы 4x4 в зависимости от
4. Ранг и дефект линейного преобразовния
5. Критерий совместности системы линейных уравнений, подространство решений однородных уравнений
6. Задача с многочленом, как в примере задач выше

1) Инвариантные подпространства. Сумма и пересечение инвариантных подпространств.

2) Прямая сумма подпространств

3) В некотором базисе даны 2 системы векторов E' и E''

E' = ([ ], [ ], [ ], [ ])  
E '' = ([ ], [ ], [ ], [ ])  
где [ ] - это матрицы 2х2

* Являются ли E' и E'' базисами R2,2?
* Найти матрицу перехода от E' к E"
* Указать свойства матрицы S (по-идее, невырожденность)

1. Ранг матрицы. Теорема о ранге матрицы. Следствия
2. Изоморфизм векторных пространств
3. Найти размерности суммы и пересечения подпространств
4. Линейные отображения векторных пространств, их свойства. Определение линейного преобразования/оператора
5. Ранг, базис системы векторов. Теорема о количестве векторов в базисе
6. Задача:  
   Дано множество

* Доказать, что оно является векторным пространством над полем
* Найти его базис и размерность